Графический метод решения задач.

А.В.Якубовский/eyya@mail.ru/,
Э.Н.Якубовская

Некоторые задачи по физике можно решить графическим методом. Иногда графическое представление физического процесса делает его более наглядным и понятным учащимся. Как правило графический метод позволяет значительно упростить математические расчеты, доходчиво выражать функциональные зависимости между величинами, характеризующими физические процессы: при изучении различных типов движения в механике, газовых процессов в молекулярной физике, термодинамических процессов. Применение графического метода позволяет продемонстрировать непосредственное использование знания графиков функций из курса математики для решения практических задач. Также использование этого метода позволяет учащимся находить физические величины, которые они не могут рассчитать аналитически в школьном курсе физики на данном этапе: работа переменной силы, путь и перемещение при сложном переменном движении. Рассмотрим примеры задач, которые можно решить графическим методом.

Задача 1. Бегун за *4с* разгоняется до скорости *10м/с*, после чего бежит с постоянной скоростью. Какой результат он показал на дистанции *100м*?

Дано: $\Delta r=100$ м, $t_1=4$с, $\upsilon_1=10$м/с. Найти t_2-?

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 1.

Время движения на дистанции t_2, время разгона t_1. Перемещение численно равно площади

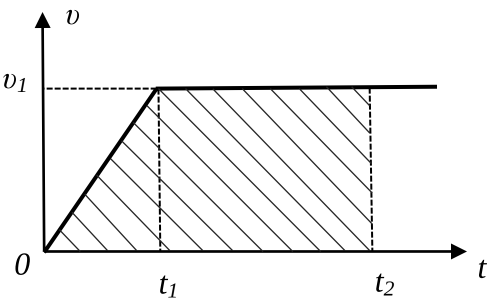

Рис.1

заштрихованной фигуры.

$$\Delta r=\frac{1}{2}(t_2-t_1+t_2)\upsilon_1 \quad \text{откуда} \quad t_2=\frac{\Delta r}{\upsilon_1}+\frac{t_1}{2}=\frac{100}{10}+\frac{4}{2}=12(c)$$

Задача 2. Двигаясь от стоянки равноускорено, автомобиль за *10с* достигает скорости *20м/с*. Следующие *5с* он движется равномерно, а затем останавливается в течение *5с*, двигаясь с постоянным ускорением. Найдите путь автомобиля за все время движения.

Дано: $t_1=10$с, $\upsilon_1=20$м/с, $t_2=15$с, $t_3=20$с. Найти Δr-?

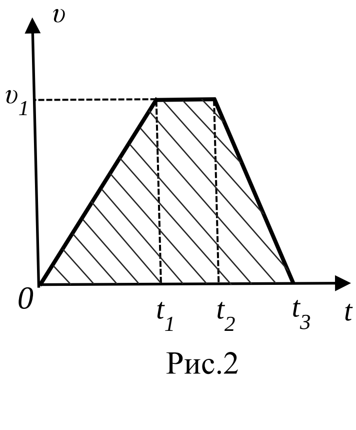

Рис.2

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 2.

Время разгона $t_1=10c$, далее до момента времени $t_2=15c$ автомобиль двигался равномерно и в момент времени $t_3=20c$ он остановился. Перемещение автомобиля численно равно площади трапеции

$$\Delta r = \frac{1}{2}(t_2 - t_1 + t_3)v_1 = \frac{1}{2}\cdot(15 - 10 + 20)\cdot 20 = 250(\text{м})$$

Задача 3. Расстояние между двумя станциями в *27 км* поезд проходит за *30 мин*. Определите наибольшую скорость поезда и его среднюю скорость на участках разгона, торможения и равномерного движения, если отходя от первой станции, он потратил *3 мин* на разгон и, подходя ко второй станции, потратил *1 мин* на торможение.

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 3.

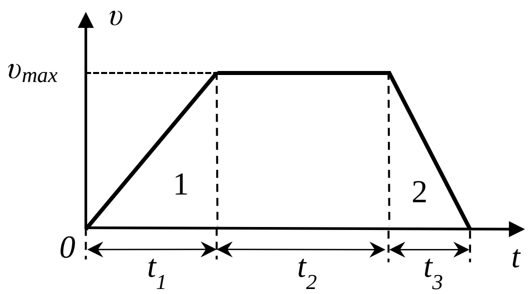

Рис.3

Время всего движения t, время разгона t_1, время торможения t_3. Промежуток времени равномерного движения t_2.

Площадь под графиком численно равна перемещению.

$\Delta r = \frac{1}{2}(t + t_2)v_{max}$, так как $t_2 = t - (t_1 + t_3) = 30 - 4 = 26(\text{мин})$,

максимальная скорость, которую достигнет тело равна $v_{max} = \frac{2r}{(t+t_2)} = \frac{2\cdot 27}{56} = 0{,}96(\frac{\text{км}}{\text{мин}})$.

Площадь первого треугольника равна перемещению на первом участке $r_1 = \frac{v_{max}t_1}{2}$.

Средняя скорость на первом участке $< v_1 > = \frac{r_1}{t_1} = \frac{v_{max}t_1}{2t_1} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{0{,}96}{2} = 0{,}48(\frac{\text{км}}{\text{мин}})$.

Площадь второго треугольника равна перемещению на последнем участке $r_3 = \frac{v_{max}t_3}{2}$.

Средняя скорость на последнем участке $< v_3 > = \frac{r_3}{t_3} = \frac{v_{max}t_3}{2t_3} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{0{,}96}{2} = 0{,}48(\frac{\text{км}}{\text{мин}})$.

Площадь центрального прямоугольника равна перемещению равномерного движения $r_2 = v_{max}t_2$.

Средняя скорость на центральном участке $< v_2 > = \frac{r_2}{t_2} = \frac{v_{max}t_2}{t_2} = v_{max} = 0{,}96(\frac{\text{км}}{\text{мин}})$.

Задача 4. Расстояние между двумя светофорами автомашина прошла на первом участке, равном *0,1* всей его длины, равноускорено и набрала скорость *20 м/с*. Затем она шла равномерно с этой скоростью и на последнем участке, равном по длине первому, тормозила с постоянным ускорением. Какова средняя скорость (в *км/ч*) автомашины на всем пути?

Дано: $r_1=0{,}1r$, $v_1=20м/с$. Найти $<v>$-?

Решение. Так как на первом и на последнем участках перемещения машина прошла *0,2* всей длины, то участок равномерного движения равен *0,8* расстояния между светофорами. График зависимости скорости машины от времени представлен на рисунке 4.

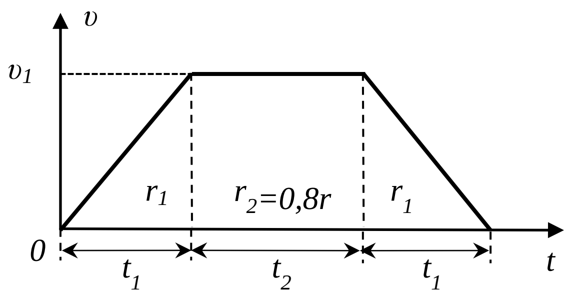

Рис.4

Определим время движения t_1 на первом и такое же время движения на последнем участках перемещения. Так как площадь треугольника численно равна перемещению

$r_1 = \frac{1}{2}\upsilon_1 t_1$, то $t_1 = \frac{2r_1}{\upsilon_1}$, с учетом того, что $r_1 = 0{,}1r$ получим $t_1 = \frac{2\cdot 0{,}1r}{\upsilon_1} = \frac{0{,}2r}{\upsilon_1}$.

Время равномерного движения на втором участке $t_2 = \frac{r_2}{\upsilon_1} = \frac{0{,}8r}{\upsilon_1}$, время движения на всем участке $t = 2t_1 + t_2$. Средняя скорость автомашины на всем пути $< \upsilon >= \frac{r}{t} = \frac{r}{2t_1+t_2} = \frac{r}{2\frac{0{,}2r}{\upsilon_1}+\frac{0{,}8r}{\upsilon_1}} = \frac{\upsilon_1}{1{,}2} = \frac{20\frac{\text{м}}{\text{с}}}{1{,}2} = 60\left(\frac{\text{км}}{\text{ч}}\right)$

Задача 5. Определить перемещение тела за пятую секунду равноускоренного движения с ускорением *2м/с²* из состояния покоя.

Дано: $a=2м/с^2$. Найти r-?

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 5.

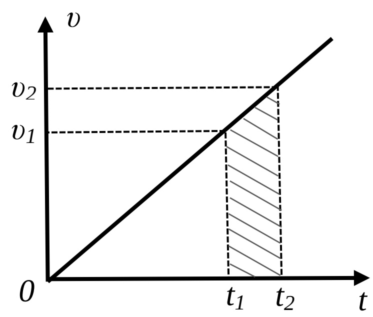

Рис.5

Так как начальная скорость тела равна нулю, то $\upsilon_2 = at_2$, где t_2=5с, а $\upsilon_1 = at_1$, где t_1=4с.

Перемещение тела за пятую секунду численно равна площади заштрихованной трапеции

$$r = \frac{1}{2}(\upsilon_1 + \upsilon_2)(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}(at_2 + at_1)(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2) = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot(5^2 - 4^2) = 9(\text{м})$$

Задача 6. Расстояние между двумя станциями *22,5 км* поезд проходит за *25* минут. Сначала он едет в течение *5 мин* равноускорено, а затем равнозамедленно до полной остановки. Определите максимальное значение скорости поезда.

Дано: $L=22{,}5км$, $t_1=5мин$, $t_2=25мин$. Найти υ_{max}-?

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 6.

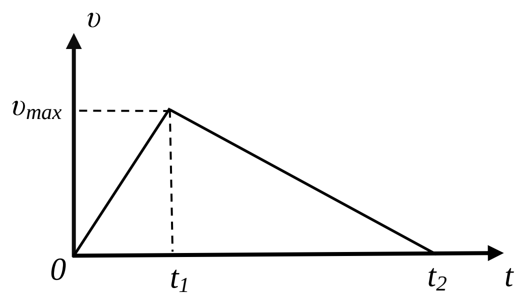

Рис.6

Площадь под графиком численно равна расстоянию между станциями. Тогда $L = \frac{1}{2}\upsilon_{max}t_2$, откуда $\upsilon_{max} = \frac{2L}{t_2} = \frac{2\cdot 22500}{1500} = 30\left(\frac{м}{с}\right)$. Очевидно, что графическое решение данной задачи является не сложным и быстрее приводит к конечному результату.

Задача 7. Шарик толкнули вверх вдоль гладкой наклонной плоскости. Точку, отстоящую на расстоянии *L=30см* от начала движения, шарик проходит дважды: через *1с* и *2с* после начала движения. Определите начальную скорость и ускорение шарика.

Дано: $L=0,3м$, $t_1=1с$, $t_3=2с$. Найти υ_0 и a-?

Решение. Приведем графическое решение этой известной задачи. График зависимости

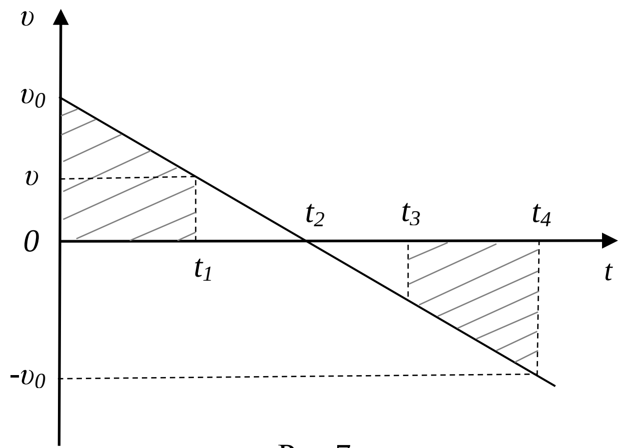

Рис.7

скорости от времени представлен на рисунке 7.

От момента начала движения до момента остановки (верхняя часть графика) и при движении обратно в исходную точку (нижняя часть графика) шарик проходит одинаковые пути. Площади заштрихованных трапеций численно равны L, t_4 момент времени возврата в исходную точку. Из графика видно, что шарик остановиться в момент времени $t_2 = t_1 + \frac{t_3 - t_1}{2} = 1 + \frac{2-1}{2} = 1{,}5(с)$, затем покатится обратно.

Определим скорость шарика в момент времени t_1, воспользовавшись подобием треугольников $\frac{\upsilon_0}{t_2} = \frac{\upsilon}{t_2 - t_1}$, откуда $\upsilon = \frac{\upsilon_0(t_2 - t_1)}{t_2} = \frac{\upsilon_0(1{,}5-1)}{1{,}5} = \frac{\upsilon_0}{3}$. Площадь заштрихованной трапеции равна $L = \frac{1}{2}(\upsilon_0 + \upsilon)t_1 = \frac{1}{2}\left(\upsilon_0 + \frac{\upsilon_0}{3}\right)t_1 = \frac{2}{3}\upsilon_0 t_1$. Тогда $\upsilon_0 = \frac{3L}{2t_1} = \frac{3\cdot 0{,}3}{2\cdot 1} = 0{,}45\left(\frac{м}{с}\right)$. Ускорение шарика $a = \frac{\upsilon_0}{t_2} = \frac{0{,}45}{1{,}5} = 0{,}3\left(\frac{м}{с^2}\right)$.

Хочется отметить, что графическое решение данной задачи, на наш взгляд, является более «понятным» и наглядным для учащихся.

Задача 8. Тело начинает движение из некоторой точки и движется сначала равноускорено в течение времени t_0, а затем – с тем же по модулю, но противоположно направленным ускорением. Сколько времени от начала движения потребуется телу, чтобы вернутся в исходную точку?

Дано: t_0. Найти t-?

Решение. График зависимости скорости от времени представлен на рисунке 8. Время за

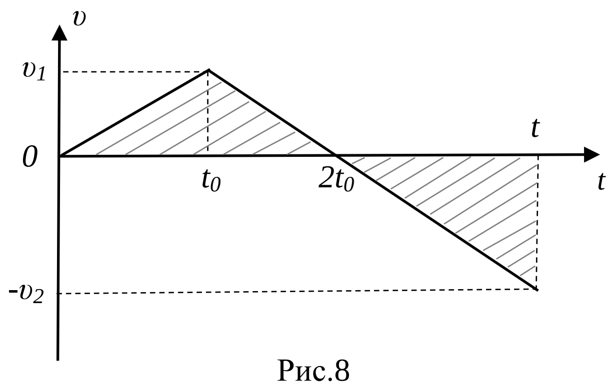

Рис.8

которое тело вернется в исходную точку обозначим t. Так как тело за промежутки времени $2t_0$ и t-$2t_0$ совершило равные по модулю перемещения, то площади соответствующих треугольников равны. Тогда $\frac{1}{2}2t_0\upsilon_1 = \frac{1}{2}(t-2t_0)\upsilon_2$, так как $\upsilon_1 = at_0$, а $\upsilon_2 = a(t-2t_0)$, получим $2t_0at_0 = (t-2t_0)a(t-2t_0)$ откуда $t = t_0\left(2+\sqrt{2}\right)$.

Задача 9. Муравей бежит от муравейника по прямой так, что его скорость обратно пропорциональна расстоянию до центра муравейника. В тот момент, когда муравей находится в точке А на расстоянии $l_1=1$ *м* от центра муравейника, его скорость равна $\upsilon_1=2$*см/с*. За какое время муравей добежит от точки А до точки В, которая находится на расстоянии $l_2=2$ *м* от центра муравейника.

Дано: $l_1=1$ *м*, $l_2=2$ *м*, $\upsilon_1=2$*см/с*. Найти t-?

Решение. Аналитическое решение данной задачи требует знания интегрального исчисления. Приведем графическое решение. Так как $\upsilon = \frac{\alpha}{x}$, построим график зависимости $\frac{1}{\upsilon} = f(x)$, $\left(\frac{1}{\upsilon} = \frac{1}{\alpha}x\right)$ (рисунок 9). Заштрихованная на рисунке площадь под графиком численно равна времени движения муравья между точками А и В.

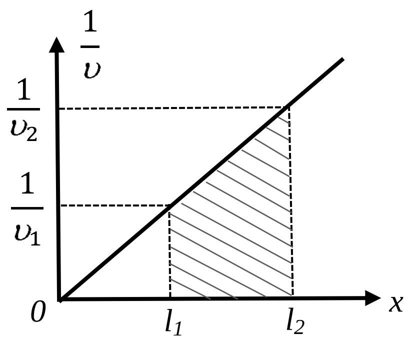

Рис.9

$$t = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\upsilon_1}+\frac{1}{\upsilon_2}\right)\cdot(l_2-l_1) = \frac{1}{2}\left(\frac{l_1}{\upsilon_1}+\frac{l_2}{\upsilon_2}\right)\cdot(l_2-l_1) = \frac{1}{2\alpha}\cdot(l_2^2-l_1^2)$$

Коэффициент пропорциональности, $\alpha = \upsilon_1\cdot l_1$, тогда $t = \frac{l_2^2-l_1^2}{2\upsilon_1\cdot l_1} = \frac{2^2-1^2}{2\cdot 0{,}02\cdot 1} = 75(c)$

Задача 10. Убив гигантскую змею, я вытянул ее поперек дороги, измерил и взвесил. Длина ее оказалась L, масса m. Чтобы освободить дорогу, мне пришлось перетащить змею на траву. Какую минимальную работу я при этом совершил? Коэффициент трения змеи о дорогу μ_1, о траву μ_2. При перетаскивании змеи я прикладывал горизонтальную силу вдоль тела змеи.

Дано: L, m, μ_1, μ_2. Найти A-?

Решение. На рисунке 10 показано начальное положение змеи. При перемещении ее на траву (рис.11) на змею будут действовать две силы трения.

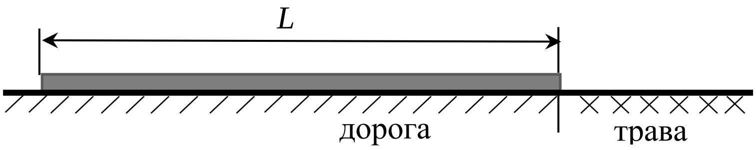

Рис.10

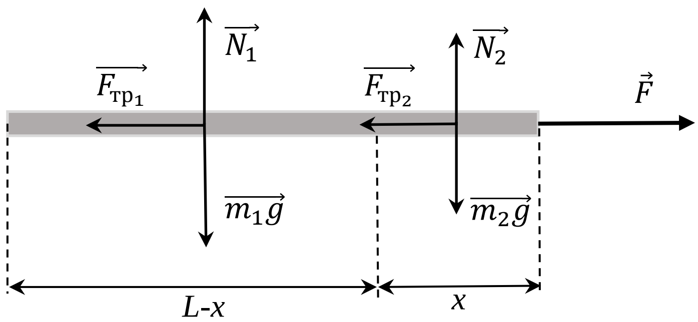

Рис.11

$F_{тр1}$ – сила трения о дорогу и $F_{тр2}$ – сила трения о траву. Для того, чтобы переместить змею на траву достаточно приложить силу $F = F_{\text{тр}1} + F_{\text{тр}2} = \mu_1 N_1 + \mu_2 N_2$. Так как $N_1 = \mu_1 m_1 g = \mu_1 m \frac{L-x}{L} g$, а $N_2 = \mu_2 m_2 g = \mu_2 m \frac{x}{L} g$, где x – длина той части змеи, которая находится на траве.

Тогда $F = \mu_1 m \frac{L-x}{L} g + \mu_2 m \frac{x}{L} g = \mu_1 m \frac{L}{L} g - \mu_1 m \frac{x}{L} g + \mu_2 m \frac{x}{L} g = \mu_1 mg + (\mu_2 - \mu_1) \frac{mg}{L} x$

Видно, что сила $F = \mu_1 mg + (\mu_2 - \mu_1) \frac{mg}{L} x$ линейно зависит от x. График зависимости F от x представлен на рисунке 12. Горизонтальный участок графика соответствует тому, что вся змея будет перемещена на траву и дальнейшее ее движение будет только по траве, где сила трения будет постоянной, поэтому и постоянна сила перемещающая змею. Работа по перемещению змеи с дороги на траву численно равна площади заштрихованной трапеции.

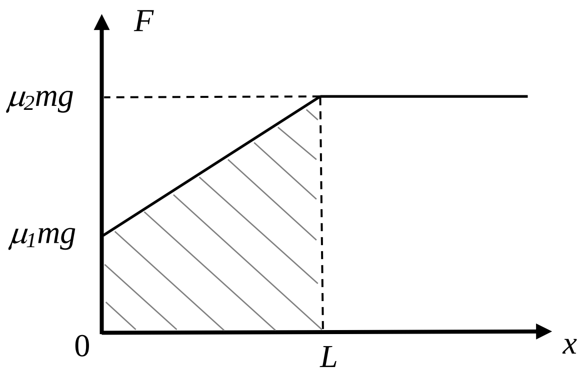

Рис.12

$$A = \frac{1}{2}(\mu_1 mg + \mu_2 mg)L = \frac{mgL}{2}(\mu_1 + \mu_2)$$

Задача 11. Из колодца глубиной *20 м* ведром достают воду. Внизу колодца ведро заполнено водой до краев. Из-за течи при подъёме ведра часть воды выливается обратно в колодец. Считая, что подъём производится равномерно, а скорость вытекания воды постоянна, определите работу по подъёму ведра, если к концу подъёма в нем остается *2/3* первоначальной массы воды. Масса пустого ведра *2 кг*, объём – *15 л*.

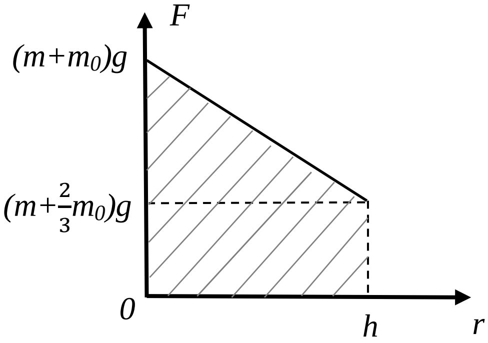

Рис.13

Дано: *m=2 кг, V=15 л, h=20 м*. Найти *A-?*

Решение. Очевидно, что сила «поднимающая» ведро с водой убывает по линейному закону, так как скорость вытекания воды постоянна. Из графика (рис.13) видно, что работа по подъёму ведра с водой из колодца, численно равна площади заштрихованной трапеции.

$$A = \frac{1}{2}\left((m + m_0)g + \left(m + \frac{2}{3}m_0\right)g\right)h = \frac{gh}{2}\left(2m + \frac{5}{3}m_0\right) = \frac{gh}{2}\left(2m + \frac{5}{3}\rho V\right)$$

$$A = \frac{9{,}8 \cdot 20}{2}\left(2 \cdot 2 + \frac{5}{3}15\right) = 2842(\text{Дж})$$

Следующих две задачи были предложены на различных этапах Республиканской олимпиады по физике.

Задача 11. (1999г. Минская областная олимпиада). Две полыньи на озере отделены друг от друга ледяной полосой шириной *100 м*. Толщина льда *1 м*. Требуется перетащить небольшой (по сравнению с размерами полосы) кусок льда, отколовшийся от полосы, из одной полыньи в другую. Коэффициент трения о лед *0,01*. Есть два предложения: поднять кусок и перетащить по льду сверху или утопить его и протащить под ледяным покровом. В каком случае минимальная работа будет меньше и во сколько раз? Плотность льда $\rho_л$*=900кг/м*^{3}, воды $\rho_в$*=1000кг/м*^{3}.

Дано: *L=100 м, h=1 м,* μ*=0,01,* $\rho_л$*=900кг/м*^{3}*,* $\rho_в$*=1000кг/м*^{3}. Найти $\frac{A_I}{A_{II}}$ –?

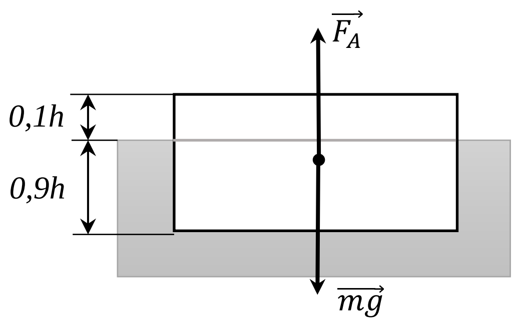

Рис.14

Решение. На отколовшийся кусок льда действуют две силы (рис.14). Так как $F_A = mg$, то $\rho_в g(h - x)S = \rho_л ghS$, откуда

$x = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_в} \cdot h = \frac{1000-900}{1000} \cdot h = 0{,}1h$ толщина выглядывающей над водой части льдины, следовательно под водой находится *0,9h* толщины льдины (рис.14).

1.*Поднимаем льдину*. График зависимости «поднимающей» силы от перемещения льдины указан на рисунке 15. Из графика видно, что работа по поднятию льдины равна

$A_1 = \frac{1}{2}mg \cdot 0{,}9h + mg \cdot 0{,}1h = 0{,}55mgh$.

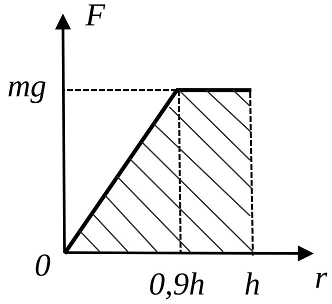

Рис.15

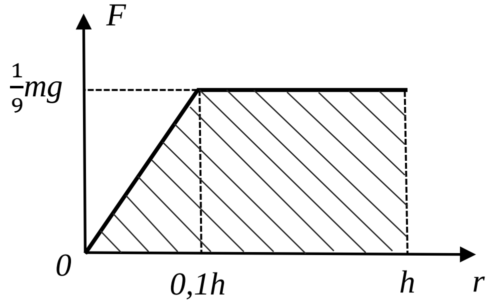

Рис.16

Работа по перетаскиванию $A_2 = \mu mgL$. Суммарная работа в первом случае

$A_I = A_1 + A_2 = 0{,}55mgh + \mu mgL.$

2. *Топим льдину*. График зависимости силы, которая топит льдину, от перемещения льдины указан на рисунке 16. Из графика видно, что работа силы равна

$A_1' = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}mg\cdot 0{,}1h + \frac{1}{9}mg\cdot 0{,}9h = \frac{1}{18}mg\cdot 0{,}1h + mg\cdot 0{,}1h = \frac{19}{18}mg\cdot 0{,}1h.$ Работа по перетаскиванию под водой $A_2' = \mu\frac{1}{9}mgL$. Суммарная работа во втором случае

$A_{II} = A_1' + A_2' = \frac{19}{18}mg\cdot 0{,}1h + \mu\frac{1}{9}mgL.$

Отношение $\frac{A_I}{A_{II}} = \frac{0{,}55mgh+\mu mgL}{\frac{19}{18}mg\cdot 0{,}1h+\mu\frac{1}{9}mgL} = \frac{0{,}55mg\cdot 1+0{,}01mg\cdot 100}{\frac{19}{18}mg\cdot 0{,}1\cdot 1+0{,}01\cdot\frac{1}{9}mg\cdot 100} = \frac{1{,}55mg}{\frac{39}{180}mg} = 7{,}15.$ Следовательно минимальная работа по перетаскивании льдины сверху из одной полыньи в другую в 7,15 раз больше чем минимальная работа по перетаскиванию льдины снизу под льдом.

Задача 12. (1995г. заключительный этап). Брусок массой $m_0=1{,}0$ *кг*, изготовленный из материала, удельная теплоемкость которого зависит от температуры t по закону $c(t)=c_0(1+\alpha t)$, где $c_0=1{,}3\cdot 10^3$ *Дж/(кг·К)*, $\alpha=0{,}012\ K^{-1}$ опускают в калориметр. Начальная температура бруска $t_0=0{,}0\ ^0C$. В калориметре находится $m_1=0{,}50$ *кг*, воды при температуре $t_1=45\ ^0C$. Найти установившуюся температуру воды в калориметре. Теплоемкостью калориметра и тепловыми потерями пренебречь. Удельная теплоемкость воды $c_1=4200$ *Дж/(кг·К)*.

Дано: $m_0=1{,}0$ *кг*, $m_1=0{,}50$ *кг*, $t_0=0{,}0\ ^0C$, $t_1=45\ ^0C$. Найти θ - ?

Решение. Горячая вода отдаст количество теплоты, равное $Q_{\text{отд}} = c_1 m_1(t_1-\theta)$ (1)
где θ - конечная температура в калориметре. Такое же количество теплоты передается бруску. График зависимости удельной теплоемкости бруска от температуры представлен на рисунке 17. Площадь под графиком *c(t)* равна

$S = \frac{1}{2}(c_0+c_1)\cdot\theta = \frac{1}{2}\left(c_0+c_0(1+\alpha\theta)\right)\cdot\theta = c_0\theta + \frac{1}{2}\alpha c_0\theta^2.$

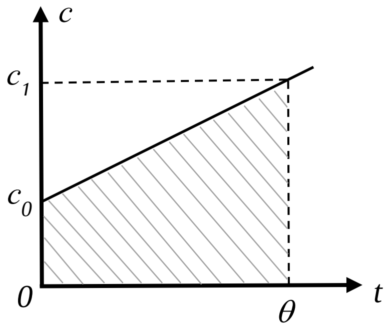

Рис.17

Полученное бруском количество теплоты

$Q_{\text{пол}} = m_0\cdot S = m_0\left(c_0\theta + \frac{1}{2}\alpha c_0\theta^2\right) = m_0c_0\left(\theta + \frac{1}{2}\alpha\theta^2\right)$ (2)

Прировняем (1) и (2)

$$c_1m_1(t_1-\theta) = m_0c_0\left(\theta + \frac{1}{2}\alpha\theta^2\right)$$

После подстановки численных значений и преобразований получим квадратное уравнение относительно θ.

$$\theta^2 + 436\cdot\theta - 12115 = 0$$

Решение данного уравнения даёт два корня $\theta_1=26^0C$ и $\theta_2=-462^0C$. Очевидно, что ответом задачи является первый корень, второй корень не имеет физического смысла.

Задача 13. Один моль идеального газа нагревают от T_1 до T_2 при этом температура газа изменяется пропорционально квадрату давления. Найти работу газа.

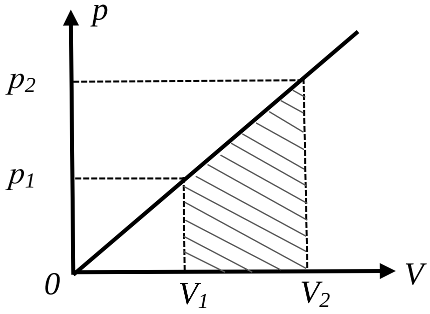

Рис.18

Дано: $\nu=1$ *моль*, T_1, T_2. Найти A - ?

Решение. По условию задачи $T=\alpha\cdot p^2$, где α- некоторая константа. В уравнение Клапейрона-Менделеева $pV=\nu RT$ подставим температуру и получим уравнение $p=\frac{V}{\alpha\nu R}$ (1) . Из последнего уравния видно, что давление газа линейно зависит от объёма. График этой зависимости представлен на рисунке 18. Работа газа численно равна площади заштрихованной фигуры.

$A=\frac{1}{2}(p_1+p_2)\cdot(V_2-V_1)$. Из равенства (1) выразим объём $V=p\alpha\nu R$ и подставим в формулу работы

$$A=\frac{1}{2}(p_1+p_2)\cdot(p_2\alpha\nu R-p_1\alpha\nu R)=\frac{1}{2}\alpha\nu R(p_2^2-p_1^2)=\frac{1}{2}\nu R(\alpha p_2^2-\alpha p_1^2)=\frac{1}{2}\nu R(T_2-T_1)$$

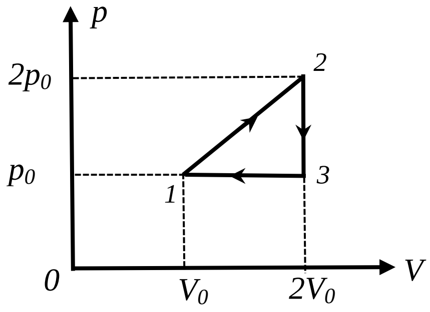

Рис.19

Задача 14. Найдите КПД тепловой машины, график цикла которой показан на рисунке 19. Рабочим телом является одноатомный идеальный газ.

Решение. КПД цикла рассчитывается по формуле $\eta=\frac{A}{Q_1}$

Полезная работа газа численно равна площади треугольника $A=\frac{1}{2}(2p_0-p_0)\cdot(2V_0-V_0)=\frac{1}{2}p_0V_0$.

Количество теплоты, которое получил газ от нагревателя на участке 1-2 равно $Q_1=Q_{12}+A_{12}$.

$$Q_{12}=\frac{3}{2}\nu R(T_2-T_1)=\frac{3}{2}(\nu RT_2-\nu RT_1)=\frac{3}{2}(p_2V_2-p_1V_1)=\frac{3}{2}(2p_02V_0-p_0V_0)=\frac{9}{2}p_0V_0$$

Работа газа на участке 1-2 численно равна площади трапеции *1-2-2*V_0-V_0*-1*.

$A_{12}=\frac{1}{2}(p_0+2p_0)\cdot(2V_0-V_0)=\frac{3}{2}p_0V_0$. Тогда количество теплоты

$Q_1=\frac{9}{2}p_0V_0+\frac{3}{2}p_0V_0=6p_0V_0$.

КПД тепловой машины $\eta=\frac{A}{Q_1}=\frac{\frac{1}{2}p_0V_0}{6p_0V_0}=\frac{1}{12}=0{,}083$ или 8,3%

Список использованных источников.

1. Белорусская республиканская олимпиада по физике. [Электронный ресурс] Режим доступа: http://www.belpho.org/problems/final/1995problems.pdf. Дата доступа: 25.04.2016.

2. *Гельфгат И.М., Генденштейн Л.Э., Кирик Л.А.* 1001 задача по физике с ответами, указаниями, решениями/ И.М. Гельфгат [и др.].-5-е изд.- М.: ИЛЕКСА, 2001г. - 352с.

3. *Танин Л. В., Кембровский Г. С., Стрельченя В.М., Шепелевич В. Г.* Физика: курс интенсивной подготовки к тестированию и экзамену/ Л.В.Танин [и др.].-Минск: Тетралит, 2014.-464с.

4. *Черноуцан А.И.* Физика. Задачи с ответами и решениями: учебное пособие/ А.И.Черноуцан – 5-е изд.-М.:КДУ, 2006г.-352с.